

1.7 Definição e Exemplos de Funções

Vamos agora apresentar uma definição para *Funções*.

Definição 1.7.1 *Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$. Uma **Função** (ou uma **Aplicação**) de A em B , denotado por $f : A \rightarrow B$, é uma regra que associa **todos** os elementos de A a um **único** elemento de B . Notação:*

$$\begin{array}{lcl} f : & A & \rightarrow B \\ & x & \mapsto f(x) \end{array} .$$

■

Em outras palavras, a Definição 1.7.1 nos diz que se $f : A \rightarrow B$ é uma função, então, todo elemento do conjunto A está relacionado com algum elemento do conjunto B , pela regra f , mas nenhum elemento do conjunto A se relaciona com mais do que um elemento do conjunto B . Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1.7.1 *Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Considere, a relação $f : A \rightarrow B$ dada pela Figura 1.10.*

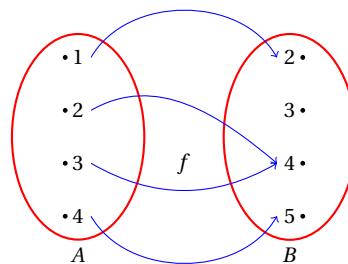


Figura 1.10: Diagrama de Venn ilustrando a função $f : A \rightarrow B$ do Exemplo 1.7.1.

Observe que todos os elementos do conjunto A está relacionado com algum elemento do conjunto B , e nenhum elemento do conjunto A se relaciona com mais do que um elemento do conjunto B . Portanto, f representa uma função de A em B .

Exemplo 1.7.2 *Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Considere $g : A \rightarrow B$ dada pela regra $g(x) = x + 1$. Então, a Figura 1.11 representa a relação $g : A \rightarrow B$.*

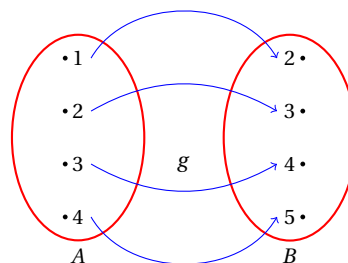


Figura 1.11: Diagrama de Venn ilustrando a relação $g : A \rightarrow B$ do Exemplo 1.7.2.

Observe que todos os elementos do conjunto A está relacionado com algum elemento do conjunto B pela regra g , e nenhum elemento do conjunto A se relaciona

com mais do que um elemento do conjunto B . Portanto, g representa uma função de A em B .

■

Na definição de função os conjuntos A e B são de grande importância, visto que dependendo de quem são os seus elementos e da regra f utilizada, a relação pode, ou não, representar uma função, como ilustrado a seguir.

Exemplo 1.7.3 Sejam $A = \{1, 2, 4\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Considere a relação f , de A em B dada pela Figura 1.12.

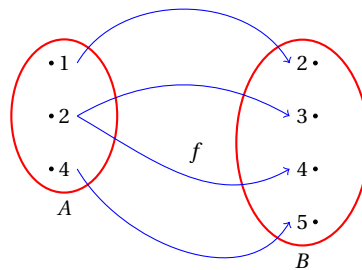


Figura 1.12: Diagrama de Venn ilustrando uma relação f de A em B , que não representa uma função, do Exemplo 1.7.3.

Observe, nesse caso, que um dos elementos do conjunto A (o número 2) está se relacionando com dois elementos distintos do conjunto B e, por essa razão, a relação f não representa uma função de A em B .

■

Exemplo 1.7.4 Sejam $A = \{1, 2, 4\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Considere g de A em B a relação dada pela por $g(x) = x + 3$. Então, a Figura 1.13 representa esta relação.

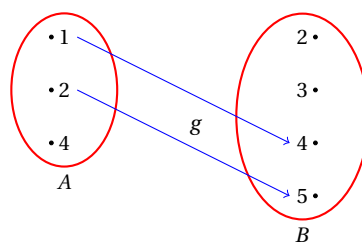


Figura 1.13: Diagrama de Venn que representa uma relação g de A em B , que não representa uma função, do Exemplo 1.7.4.

Observe, nesse caso, que existe um elemento do conjunto A (o número 4) que não se relaciona com nenhum elemento do conjunto B e, por essa razão, a relação g não representa uma função de A em B .

■

Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$ e $f : A \rightarrow B$ uma função. Os conjuntos A e B , por serem de grande importância, eles recebem nomes especiais, como definidos a seguir.

Definição 1.7.2 *Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$ e $f : A \rightarrow B$ uma função. Então, A é chamado de **Conjunto Domínio** de f , denotado por D_f , e B é chamado de **Conjunto Contradomínio** de f , denotado por CD_f .*

■

Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$ e $f : A \rightarrow B$ uma função. Então, de agora em diante, tomaremos como D_f o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ que torne a regra f uma função, exceto, quando for feita menção ao contrário. Além disso, para nós teremos sempre $CD_f = \mathbb{R}$, a menos que seja feito menção ao contrário.

Lembre-se: na definição de função não é feita nenhuma referência especial aos elementos do contradomínio, ou seja, os elementos de CD_f podem se relacionar com mais de um elemento do domínio e podem ter elementos do contradomínio que não se relacionam com nenhum elemento do domínio. Contudo, o conjunto formado por todos os elementos do contradomínio que se relacionam com algum elemento do domínio é igualmente importante, sendo esse chamado de *Conjunto Imagem*, como definido a seguir.

Definição 1.7.3 *Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$ e $f : A \rightarrow B$ uma função. O **Conjunto Imagem** de f , denotado por Im_f ou por $f(A)$, é o conjunto formado por **todos** os elementos $y \in CD_f$ tais que existe algum $x \in A$ de forma que $y = f(x)$.*

■

Agora, observe a aplicação da definição de domínio, contradomínio e imagem em alguns exemplos a seguir.

Exemplo 1.7.5 *a) Para função $f : A \rightarrow B$ do Exemplo 1.7.1, temos que o domínio da função é o conjunto $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$, o contradomínio da função é o conjunto $CD_f = \{2, 3, 4, 5\}$ e a imagem da função é o conjunto $Im_f = \{2, 4, 5\}$.*

b) Para função $g : A \rightarrow B$ do Exemplo 1.7.2, temos que o domínio da função g é o conjunto $D_g = \{1, 2, 3, 4\}$, o contradomínio da função g e a imagem da função g é o conjunto $CD_g = \{2, 3, 4, 5\} = Im_g$.

■

Exemplo 1.7.6 *Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \mathbb{Z}$. Tome a função $f : A \rightarrow B$ definida pela regra $f(x) = 3x + 5$. Assim, temos que $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $CD_f = \mathbb{Z}$ e que $Im_f = \{8, 11, 14, 17, 20\}$.*

■

Novamente, em alguns casos, o domínio de uma função está explicitado, em outros casos não. Nos casos onde o conjunto domínio não está explicitado, consideramos o conjunto domínio como sendo aquele formado por todos os números reais que tornam a regra f uma função.

Observação 1.7.1 *O objeto de estudo apresentado nessas notas são as operações com funções reais de uma variável real. Por isso, a partir de agora e, exceto menção explícita, o conjunto domínio será considerado como sendo o maior conjunto contido em $\mathbb{R}$ no qual todos os seus elementos satisfaçam a regra que define a função. O conjunto contradomínio sempre será considerado, a não ser também por menção explícita, o conjunto dos números reais.*

■

Portanto, a Observação 1.7.1 está dizendo que se não for explicitado qual o conjunto domínio, então, D_f será o conjunto formado por todos os números reais que não tornem o denominador da regra f diferente de zero e que não deixem o radicando de uma raiz de índice par negativo. Já o contradomínio será sempre o conjunto dos números reais, exceto que seja dito o contrário. Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1.7.7 a) Seja $f(x) = \frac{1}{x}$. Então, esta expressão só faz sentido para valores de x diferente de zero, pois o zero não estará relacionado a nenhum número do contradomínio. Portanto,

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{1}{x} \end{aligned}$$

b) Seja $g(x) = \sqrt{x}$. Então, g só está definida para valores de x não negativos, pois a regra que define a função é uma raiz quadrada. Portanto, temos que

$$\begin{aligned} g: \mathbb{R}_+ &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \sqrt{x} \end{aligned}$$

c) Seja $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$. Então, como não podemos ter zero no denominador e número negativo dentro da raiz, segue que esta expressão está definida apenas para números positivos, ou seja,

$$\begin{aligned} h: \mathbb{R}_+^* &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

■

O Exemplo 1.7.7 apresenta uma forma de se estabelecer o domínio de uma função em $\mathbb{R}$. No contexto dessas notas, o conjunto domínio vai ser $\mathbb{R}$, exceto:

- a) quando aparecer variáveis no denominador pois, nesse caso, o domínio está definido apenas para os valores reais tais que o denominador não se torne nulo.
- b) quando aparecer variáveis dentro de uma raiz de índice par pois, nesse caso, o domínio está definido apenas para valores reais que tornem o radicando um número não negativo.
- c) quando aparecer uma junção dos dois casos anteriores pois, nesse caso, o domínio está definido apenas para números reais tais que o radicando seja positivo.

A seguir vamos definir o *Gráfico* de uma função. É comum no ensino básico definir o gráfico de uma função como sendo o seu desenho e, por isso, é preciso entender a definição para evitar equívocos futuros, pois o gráfico de uma função é um conjunto e o esboço do gráfico é um desenho.

Definição 1.7.4 Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$ e $f: A \rightarrow B$ uma função. O **Gráfico** da função f , denotado por Gr_f , é o conjunto definido por:

$$Gr_f = \{(x, y) \in A \times B; y = f(x), \forall x \in A\}.$$

O desenho do gráfico de uma função Gr_f é chamado de **Esboço do Gráfico**.

■

Lembre-se: funções, de qualquer dimensão tem gráfico, mas o esboço do gráfico não podem ser feito de funções com qualquer dimensão. Por isto, todas as funções tem Gr_f , mas nem todas tem o esboço. Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1.7.8 Considere a função dada pela expressão $f(x) = x^2$. Então, temos que $D_f = \mathbb{R} = CD_f$, visto que não temos variáveis no denominador e nem dentro de uma raiz de índice par. Por outro lado, temos que $Im_f = \mathbb{R}_+$, pois a função assume apenas valores não negativo. O gráfico de f é dado por:

$$Gr_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = x^2\}.$$

Um esboço do Gr_f é dado pela Figura 1.14.

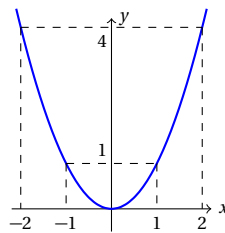


Figura 1.14: Esboço do gráfico da função $f(x) = x^2$.

■

Exemplo 1.7.9 Considere a função dada pela expressão $g(x) = x$. Então, temos que $D_g = \mathbb{R} = CD_g$ e que $Im_g = \mathbb{R}$, pois a função assume qualquer valor real. Além disso, temos que o gráfico de g é dado por:

$$Gr_g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}.$$

Um esboço do Gr_g é dado pela Figura 1.15.

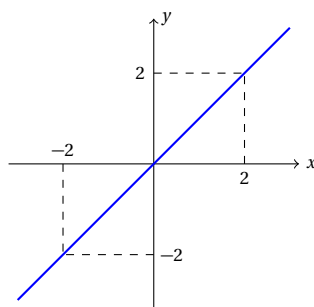


Figura 1.15: Esboço do gráfico da função $g(x) = x$.

■

Exemplo 1.7.10 Considere a função h dada pela expressão

$$h(x) = \begin{cases} -2, & \text{se } x \leq -2 \\ 2, & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ 4, & \text{se } 2 < x \end{cases}$$

Então, temos que $D_h = \mathbb{R} = C D_h$ e que $I m_h = \{-2, 2, 4\}$, pois esses são os únicos valores do contradomínio que a função assume. O gráfico da função h é dado por:

$$G r_h = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = h(x)\}.$$

Um esboço do $G r_h$ é dado pela Figura 1.16.

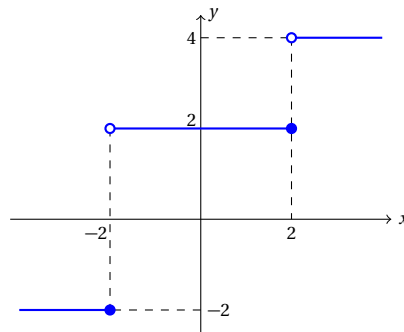


Figura 1.16: Esboço do gráfico da função $h(x)$ do Exemplo 1.7.10.

■

Exemplo 1.7.11 Considere a função dada pela expressão $f(x) = |x|$. Então, temos que $D_f = \mathbb{R} = C D_f$ e que $I m_f = \mathbb{R}_+$, pois a função assume apenas valores não negativos. O gráfico da função f é dado por:

$$G r_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y = |x|\}.$$

Um esboço do $G r_f$ é dado pela Figura 1.17.

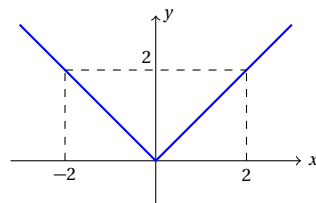


Figura 1.17: Esboço do gráfico da função $f(x) = |x|$.

■

Exemplo 1.7.12 Considere a função dada pela expressão $f(x) = \frac{1}{x}$. Temos que $D_f = \mathbb{R}^*$, visto que se $x = 0$, então, $f(x)$ não existe. Ainda, temos que $C D_f = \mathbb{R}$ e que $I m_f = \mathbb{R}^*$, pois a função assume apenas valores diferente de zero, já que o numerador nunca se anula. O gráfico de f é dado por:

$$G r_f = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}; y = \frac{1}{x} \right\}.$$

Um esboço do $G r_f$ é dado pela Figura 1.18.

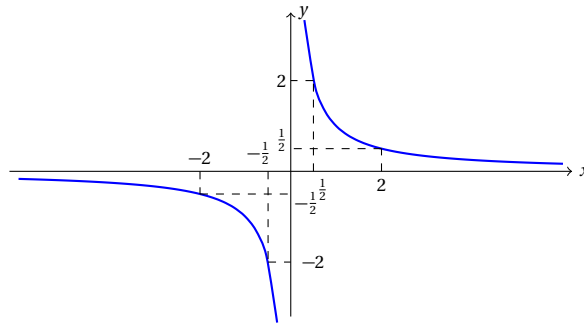


Figura 1.18: Esboço do gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$.

■

É possível fazer soma e produto entre duas ou mais funções, também é possível fazer o produto de uma função por um escalar (constante). Essas operações são apresentadas na Definição 1.7.5.

Definição 1.7.5 Dadas as funções $f : X \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g : Y \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e um escalar $k \in \mathbb{R}$, temos que são válidas as seguintes operações:

- **Soma** da função f e a função g : $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$;
- **Produto** da função f e a função g : $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$;
- **Divisão** da função f e a função g : $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, para todo x tal que $g(x) \neq 0$;
- **Produto por um escalar** da função f e pelo escalar k : $(kf)(x) = k \cdot f(x)$.

Em todos os casos, temos que o conjunto domínio das novas funções é dado pela interseção dos domínios das funções envolvidas.

■

Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1.7.13 Seja $f(x) = \sqrt{5-x}$ e $g(x) = \sqrt{x-3}$. Então, temos que:

- $(f+g)(x) = \sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}$,
- $(fg)(x) = \sqrt{(5-x)(x-3)}$,
- $(f-g)(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}$,
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \sqrt{\frac{5-x}{x-3}}$.

Como $D_f = \{x \in \mathbb{R}; 3 \leq x\}$ e $D_g = \{x \in \mathbb{R}; x \leq 5\}$, segue que o $D_{f+g} = D_{f-g} = D_{fg} = \{x \in \mathbb{R}; 3 \leq x \leq 5\}$ e que $D_{f/g} = \{x \in \mathbb{R}; 3 < x \leq 5\}$, pois o denominador precisa ser diferente de zero.

Por outro lado, tomando $k = 4$, segue que

$$(kf)(x) = 4\sqrt{5-x},$$

sendo que $D_{kf} = D_f = \{x \in \mathbb{R}; 3 \leq x\}$.

■

Geralmente, as funções que aparecem no cotidiano são combinações de dois ou mais tipos diferentes de funções, por exemplo, uma função com radical e dentro da raiz aparece um polinômio. Por isso, o conceito de *Composição* de funções é de grande importância na matemática.

Definição 1.7.6 Dadas as funções $f : X \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : Y \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chamamos de **Função Composta** de g com f , e denotamos por $g \circ f$, a nova função dada por

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

O domínio da função $g \circ f$ é o conjunto formado por todos os pontos $x \in X$ tais que $f(x) \in Y$, ou seja,

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f; f(x) \in D_g\}.$$

■

Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1.7.14 Sejam $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x - 1$. Temos que $D_f = \mathbb{R}_+$ e que $D_g = \mathbb{R}$. Assim, fazendo $g \circ f$ obtemos

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x}) = \sqrt{x} - 1.$$

Como $D_{g \circ f}$ é formado por todos os pontos x do D_f tais que $f(x)$ esteja no D_g , segue que $D_{g \circ f}$ é formado por todo $x \in \mathbb{R}_+$ tais que $f(x) \in \mathbb{R}$. Portanto, $D_{g \circ f} = \mathbb{R}_+$.

Por outro lado, fazendo $f \circ g$, obtemos

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 1) = \sqrt{x - 1},$$

e, além disso, temos que $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R}; x \geq 1\}$.

■

Pelo Exemplo 1.7.14 é possível observar que a composição de funções não é uma operação comutativa, ou seja, em geral $(g \circ f)$ é diferente de $(f \circ g)$.

Exemplo 1.7.15 Sejam $f(x) = 2x - 3$ e $g(x) = \sqrt{x}$. Encontre $g \circ f$, $f \circ g$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e os seus conjuntos domínio correspondentes.

Solução: Observe que $D_f = \mathbb{R}$ e que $D_g = \mathbb{R}_+$. Assim:

a) $(g \circ f)(x) = g(2x - 3) = \sqrt{2x - 3}$ e $D_{g \circ f} = \left\{x \in \mathbb{R}; x \geq \frac{3}{2}\right\};$

b) $(f \circ g)(x) = f(\sqrt{x}) = 2\sqrt{x} - 3$ e $D_{f \circ g} = \mathbb{R}_+;$

c) $(g \circ g)(x) = g(\sqrt{x}) = \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$ e $D_{g \circ g} = \mathbb{R}_+;$

d) $(f \circ f)(x) = f(2x - 3) = 2(2x - 3) - 3 = 4x - 9$ e $D_{f \circ f} = \mathbb{R}.$

■

Agora, releia o conteúdo, refaça os exemplos e, em seguida, faça alguns exercícios. Bons estudos.

1.8 Exercícios

Exercício 1.8.1 Seja $\frac{ax+b}{cx-a}$. Mostre que $(f \circ f)(x) = x$.

Exercício 1.8.2 Seja $f(x) = x^2 + 2x$. Calcule $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, com $h \neq 0$.

Exercício 1.8.3 Considere $\Phi(x) = \frac{x-1}{2x+7}$. Encontre $\Phi\left(\frac{1}{x}\right)$ e $\frac{1}{\Phi(x)}$.

Exercício 1.8.4 Determine o conjunto domínio e o conjunto imagem de cada uma das funções abaixo.

- a) $f(x) = x^2$; f) $g(x) = \sqrt[3]{x+7} - \sqrt[5]{x+8}$; j) $h(x) = x - \frac{1}{x}$;
 b) $f(x) = \frac{1}{x-4}$; g) $y = |x+2| + 4$;
 c) $y = \sqrt{4-x^2}$; h) $g(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt[4]{7-x}$; k) $h(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$;
 d) $y = \sqrt{x-2}$;
 e) $g(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$; i) $y = \frac{x+a}{x-a}$; l) $h(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$.

Exercício 1.8.5 Em cada uma das funções abaixo, identifique o conjunto domínio, o conjunto imagem e o gráfico de cada uma das funções abaixo. Faça o esboço do gráfico de cada uma das funções a seguir.

- a) $f(x) = x^2 + 8x + 14$; f) $g(x) = 4 - x^3$; k) $f(x) = |2x| - 3$;
 b) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$; g) $y = |x|$; l) $f(x) = 3 - x$;
 c) $y = (x-2)^2$; h) $y = |2x+4|$; m) $f(x) = 3 - |x|$;
 d) $y = -(x+2)^2$; i) $g(x) = 12x - 13$;
 e) $g(x) = x^3$; j) $y = \sqrt{2x}$; n) $f(x) = \frac{x^2+2x-8}{x-2}$;
 o) $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & \text{se } x < 1 \\ 2x+3, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$; q) $f(x) = \begin{cases} x+4, & \text{se } x \neq 2 \\ 1, & \text{se } x = 2 \end{cases}$;
 p) $f(x) = \begin{cases} x+3, & \text{se } x < -2 \\ 4-x^2, & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 3-x, & \text{se } 2 < x \end{cases}$; r) $f(x) = \frac{x^3+3x^2-4x-12}{x^2+x-6}$.

Exercício 1.8.6 Para cada par de funções abaixo, calcule $f+g$, $f-g$, fg , f/g , g/f , $f \circ g$, $g \circ f$ e kf (onde k é uma constante) e escreva o conjunto domínio de cada uma das novas funções encontradas.

- a) $f(x) = 2x$ e $g(x) = x^2 + 1$; c) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ e $g(x) = \frac{1}{x}$;
 b) $f(x) = 3x - 2$ e $g(x) = |x|$; d) $f(x) = \sqrt{x+1}$ e $g(x) = x - 2$;

- e) $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = \sqrt{x-3}$; j) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = 4 - x^2$;
 f) $f(x) = x^3$ e $g(x) = \frac{1}{x^3}$; k) $f(x) = \sqrt{x+4}$ e $g(x) = x^2 - 4$;
 g) $f(x) = x - 5$ e $g(x) = x^2 - 1$; l) $f(x) = \sqrt{x+2}$ e $g(x) = x^2 + 4$;
 h) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 + 1$; m) $f(x) = x^2 - 9$ e $g(x) = \sqrt{x+5}$;
 i) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ e $g(x) = \frac{1}{x}$; n) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$ e $g(x) = \sqrt{x^2-9}$.

Exercício 1.8.7 Seja $h(x) = 2x - 7$. Então, encontre $h \circ h$, h^2 e $h + h$.

Exercício 1.8.8 Sabendo que $f = g \circ h$, então em cada item abaixo, encontre a função h .

- a) $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x + 1$; c) $f(x) = bx + a$ e $g(x) = x + a$;
 b) $f(x) = 6x - 13$ e $g(x) = 3x + 7$; d) $f(x) = |x^2 - 3x + 5|$ e $g(x) = |x|$.

Exercício 1.8.9 Encontre os valores de a e b de forma que $f(x) = ax + b$ e que $f(f(x)) = 4x - 9$.

Exercício 1.8.10 Determine o maior conjunto possível, dentro do conjunto $\mathbb{R}$, de formar que cada equação abaixo represente uma função.

- a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$; e) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2 - x - 2}$; h) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$;
 b) $f(x) = \sqrt{x - 4}$;
 c) $f(x) = x^2$; f) $y = x^3$;
 d) $f(x) = \frac{1}{x-2}$; g) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-2}}$; i) $f(x) = \frac{1}{2x-3}$.

Exercício 1.8.11 Em cada uma das alternativas abaixo, são dadas duas funções, f e g . Então, para cada caso, encontre as seguintes funções compostas $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$ e determine o domínio da cada nova função.

- a) $f(x) = x - 2$ e $g(x) = x + 7$; d) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = -\frac{1}{x}$;
 b) $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = 6 - 3x$; e) $f(x) = \sqrt{x-2}$ e $g(x) = \sqrt{x-1}$;
 c) $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \frac{1}{x}$; f) $f(x) = \frac{1}{x-3}$ e $g(x) = \frac{x}{x+1}$.